Après introduction dans (18) on obtient finalement pour la distribution des vitesses :

$$v = \frac{P}{8\,\eta\,L} = (2\,r^2 - r_2^2 - r_1^2)\,\frac{P}{8\,\eta\,L}\cdot\frac{r_2^2 - r_1^2}{\log\frac{r_1}{r_2}}\left(\log\frac{r}{r_2} + \log\frac{r}{r_1}\right). \tag{27}$$

Nous pouvons maintenant effectuer l'intégration de l'expression qui donne Q.

$$Q = \frac{-P}{4\,\eta\,L}\left[\int 2\,r^3\,dr - \int r_2^2\,r\,dr - \int r_1^2\,r\,dr - \int \frac{r_2^2 - r_1^2}{\log\frac{r_2}{r_1}}\cdot\log\frac{r^2}{r_2\,r_1}\,dr\right]$$

et finalement

$$Q = \frac{\pi\,P\,r_1^4}{8\,L\,\eta}\left[\left(\frac{r_2^4}{r_1^4} - 1\right) - \frac{\left(\frac{r_2^2}{r_1^2} - 1\right)}{\log\frac{r_2}{r_1}}\right]. \tag{28}$$

On peut développer en série la partie entre parenthèse en appliquant la formule (21) et on obtient

$$Q = \frac{\pi\,P r_1\,(r_2 - r_1)^3}{6\,L\,\eta}\left[1 + \frac{W}{2\,r_1} + \frac{\left(\frac{W}{r_1}\right)^2}{60} + \cdots\right] \tag{29}$$

où

$$W = r_2 - r_1.$$

La valeur de $\frac{W}{r}$ est toujours très petite ($< 0{,}001$) et on peut parfaitement négliger la parenthèse. Donc

$$Q = \frac{\pi\,P r_1\,(r_2 - r_1)^3}{6\,\eta\,L}. \tag{30}$$

On peut par ailleurs montrer facilement que cette expression n'est autre que celle de la fuite, calculée dans le cas de deux parois planes, c'est-à-dire en partant des formules (21).

Introduisons maintenant la valeur de Q ainsi calculée dans l'expression qui donne la vitesse v_1 (25). On obtient alors

$$v_1 = \frac{P\,(r_2 - r_1)^3}{6\,\eta\,L\,r_1}$$

c'est-à-dire que la vitesse est bien une fonction linéaire de la pression, ce qui est en accord avec les mesures de MICHELS.

Substituons la valeur de v_1 dans (24). Nous obtiendrons la section effective d'excès directement en fonction de r_1 et de r_2 :

$$\Delta\,Se = \frac{\pi\,(r_2 - r_1)^3}{3}. \tag{31}$$

Comme la section vaut approximativement πr_1^2, l'erreur relative causée par la descente du piston est donnée par

$$\frac{\Delta\,\mathrm{S}e}{\mathrm{S}e} = \frac{(r_2 - r_1)^3}{3\,r_1^2}.$$

$r_2 - r_1$ étant d'environ 0,001 millimètre, l'erreur pour un piston de $r_1 = 2$ millimètres sera de l'ordre de 10^{-7}.

Un tel ordre de grandeur est tout à fait négligeable. MICHELS a également évalué l'erreur apportée par la descente du piston par une méthode empirique : il arrive à un ordre de grandeur de 10^{-4} pour sa balance à piston différentiel.

Nous pouvons donc conclure que la vitesse d'enfoncement du piston ne modifie pas le rayon effectif tel qu'il est donné par l'expression (20) :

$$r_0 = \sqrt{\frac{r_2^2 - r_1^2}{2 \log \frac{r_2}{r_1}}}.$$

C. MESURE DE LA SECTION EFFECTIVE. — a. *Mesures directes.* — La section effective étant donnée par $\mathrm{S}e = \pi r_0^2$, sa mesure revient à la détermination des diamètres du piston et du cylindre. Les méthodes modernes de rectification permettent de réaliser des pistons dont le diamètre est constant sur toute leur hauteur avec une précision de l'ordre de 0,0002 millimètres, la mesure du diamètre étant faite par interférométrie.

Il est beaucoup plus difficile de garder constant le diamètre du cylindre et sa mesure et sa mesure est toujours fort délicate.

KLEIN a essayé de déterminer le diamètre moyen en pesant la quantité de mercure requise pour le remplissage du cylindre jusqu'à une hauteur bien déterminée. BRIDGMAN détermine le diamètre du cylindre de sa balance par comparaison avec des calibres étalons. La précision de telles méthodes ne pourrait être aussi grande que celle atteinte lors de la mesure des pistons. Dans le cas le plus favorable elle sera de l'ordre de $\pm$ 0,001 millimètre. Pour un piston de 5 millimètres de diamètre l'erreur commise sur la mesure de Se serait alors de :

$$\frac{2 \times 0{,}0025}{5} = \frac{2}{5.000} = \frac{1}{2.500}.$$

b. *Mesures indirectes.* — Si l'on veut atteindre une précision plus grande, il faut avoir recours à d'autres méthodes de mesure moins directes.

1° On peut procéder par étalonnage par rapport à une colonne de mercure : cette méthode sera décrite plus loin. Dans ce cas toutefois la balance manométrique devient un appareil de mesure secondaire.

2° MEYERS et JESSUP ont montré qu'il y a moyen de calculer la distance $r_2 - r_1$ en fonction de grandeurs aisément mesurables, telles que le débit de la fuite, le couple de rotation, etc., et que la précision des valeurs ainsi obtenues est comparable à celle fournie par étalonnage à la colonne de mercure.

Nous décrivons brièvement les trois méthodes dont ces auteurs ont fait usage.